

基于干扰观测器的不确定线性 多变量系统控制

于哲¹ 王璐¹ 苏剑波¹

摘要 针对不确定线性多变量系统, 提出一种基于干扰观测器 (Disturbance observer, DOB) 的保证系统内部稳定性的控制策略. 以简单的结构和少量的计算代价实现鲁棒的控制效果, 补偿外界干扰以及内部模型误差. 通过引入一个闭环稳定性等价系统, 辅助分析基于干扰观测器的多变量控制系统的内部稳定性, 探讨在存在外部扰动及内部模型不确定性的情况下系统保证内部稳定的充分条件, 指导外环控制器及内环干扰观测器中 Q 滤波器设计. 通过数值模型上的仿真验证了提出的控制方法的有效性.

关键词 干扰观测器, 多变量系统, 内部稳定性, 不确定系统

引用格式 于哲, 王璐, 苏剑波. 基于干扰观测器的不确定线性多变量系统控制. 自动化学报, 2014, 40(11): 2643–2649

DOI 10.3724/SP.J.1004.2014.02643

Disturbance Observer Based Control for Linear Multi-variable Systems with Uncertainties

YU Zhe¹ WANG Lu¹ SU Jian-Bo¹

Abstract A disturbance observer (DOB) based control method with guaranteed internal robust stability is proposed for linear multi-variable plants with uncertainties. Both external disturbances and model errors are compensated to achieve a robust control performance with simple structure and little cost. Sufficient conditions for internal stability are presented by introducing an equivalent system in terms of closed-loop stability, and thereby guide the design of outer-loop controller and Q-filter in the inner-loop. Simulations of a numerical example demonstrate the efficacy of the proposed method.

Key words Disturbance observer, multi-variable system, internal stability, uncertain systems

Citation Yu Zhe, Wang Lu, Su Jian-Bo. Disturbance observer based control for linear multi-variable systems with uncertainties. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(11): 2643–2649

高精度高性能的运动控制很大程度上决定了被控对象完成任务的能力, 随着对控制性能要求的提高, 单纯的反馈控制已逐渐不能满足精度的要求. 此种高精度高性能的需求刺激了一系列先进控制方法的发展, 以及对崭新控制理论的探索. 系统外界干扰和其内部模型不确定性是影响控制性能的主要原因^[1]. 时至今日, 已有多种方法尝试在系统存在外界干扰和内部不确定性的情况下完成高精度控制^[2–5]. 而其中, 干扰观测器 (Disturbance observer, DOB) 由于其简洁的结

构、优秀的干扰抑制性能以及对模型不确定性的鲁棒性, 被广泛应用于伺服控制中^[6–9].

相比于单输入单输出系统中的广泛应用, 干扰观测器在多变量系统中的应用显著匮乏, 主要因为: 1) 传统干扰观测器的设计针对单输入单输出系统, 在多变量系统中往往需要先进行解耦, 然而解耦造成的误差劣化系统的性能, 甚至导致不稳定; 2) 基于干扰观测器的多变量系统由于其双闭环结构, 难以分析其内部稳定性条件, 从而无法在设计时保证控制系统的内部稳定性. 多变量系统的干扰观测器研究已有过诸多尝试, 如 MIMO DOB (Multi-input-multi-output disturbance observer)^[10–12]、State space DOB^[1, 13–14] 以及 MFDOB (Momentum feedback disturbance observer)^[15] 等. MIMO DOB 包含的解耦过程会降低系统的动态性能与鲁棒稳定性裕度; State space DOB 讨论了干扰观测器在状态空间中的实现; MFDOB 更多地针对非线性而非多变量系统, 然而以上三种方法均无法在设计时保证控制系统的内部稳定性. 另一方面, 一些工作给出了基于干扰观测器的单输入单输出系统鲁棒稳定的充分条件^[16–20], 但是大多依赖于传递函数的分子分母相消, 以至无法直接扩展至多变量系统. 只有尹正男等的工作是基于小增益定理^[18], 可以扩展至多变量系统, 然而由于只考虑了干扰观测器局部环的鲁棒稳定性, 仍无法保证系统整体的内部稳定性. 那么, 假如能够将基于干扰观测器的闭环多变量 2 自由度控制系统转换为一个结构为干扰观测器局部环的稳定性等价系统, 则多变量干扰观测器控制系统的闭环鲁棒稳定性的分析可同样采用基于小增益定理的方法解决.

本文中针对多变量系统, 提出了一个采用系统性方法设计参数, 能够保证系统内部稳定性的多变量干扰观测器控制方法. 为了分析系统的内部稳定性, 我们引入了一个在稳定性上等价的的多变量干扰观测器局部环系统. 结合小增益定理, 得到了保证系统内部稳定的充分条件. 根据得到的内部稳定性充分条件, 构建出多变量干扰观测器控制的系统性设计步骤. 其中 Q 滤波器的构成通过求解一组混合灵敏度优化问题, 以在满足系统内部稳定的充分条件的前提下, 得到最优的干扰抑制性能与满意的噪声灵敏度. 不同于大部分基于干扰观测器的方法, 本文提出的方法不要求被控对象为最小相位系统. 只要满足系统内部稳定性充分条件, 被控对象中存在的非稳定零极点不会影响最终控制系统的内部稳定性, 这也从理论上拓展了基于干扰观测器的控制方法的应用范围. 本文工作的主要贡献在于:

1) 将基于干扰观测器的控制方法推广至含有不确定性的多变量及非最小相位系统 (不含时滞).

2) 通过 H_∞ 优化方法给出干扰观测器系统的系统性设计步骤, 避免设计过程中参数的反复试凑.

3) 本文给出的系统性设计步骤得出的干扰观测器参数能够保证系统在已知的对象模型摄动范围内的内部稳定性, 而非以往方法能够保证的干扰观测器局部环的稳定性^[18].

本文的结构安排如下: 第 1 节讨论多变量干扰观测器控制在线性多变量系统上的实现, 给出基于干扰观测器的线性多变量控制系统的结构, 进行稳定性分析, 给出保证内部稳定的充分条件; 第 2 节根据内部稳定性的充分条件, 结合 H_∞ 鲁棒控制理论, 探讨基于干扰观测器的线性多变量控制系统的系统性设计方法; 第 3 节通过在具有不稳定极点的线性多变量系统上的仿真, 验证了所提出方法的有效性; 第 4 节为全文的总结.

收稿日期 2014-03-26 录用日期 2014-07-18
Manuscript received March 26, 2014; accepted July 18, 2014
国家自然科学基金 (61221003) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61221003)
本文责任编辑 耿志勇
Recommended by Associate Editor GENG Zhi-Yong
1. 上海交通大学自动化系 上海 200240
1. Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240

1 基于干扰观测器的线性多变量系统构成

1.1 系统构成

考虑一个输入输出均为 m 维的线性多变量系统:

$$y = P_{\Delta}(s)u \quad (1)$$

对象的模型不确定性为

$$P_{\Delta}(s) \in \Pi \quad (2)$$

且

$$\Pi = \{(I + W_1\Delta W_2)P_n : W_1, W_2, \Delta \in RH_{\infty}, \|\Delta\|_{\infty} < 1\} \quad (3)$$

即系统模型以乘性不确定性的形式描述, 其中 $P_n(s) \in \Pi$ 为系统的标称模型. 一个基于多变量干扰观测器的控制系统包含一个干扰观测器内环以及一个控制器外环, 如图 1 所示. 其中 $Q(s)$ 为单输入单输出的传递函数, 其余皆为 $m \times m$ 传递函数矩阵.

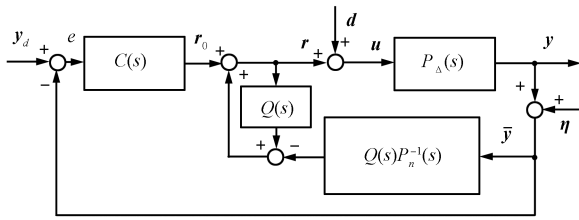


图 1 基于干扰观测器的线性多变量系统控制框图
Fig. 1 Block diagram of the DOB based linear multi-variable system

1.2 稳定性分析

保证系统的内部稳定性为首要目标. 如图 1 所示的控制系统, 其中 d, η 分别表示系统受到的外界干扰和传感噪声, 由 $[y_d^T, d^T, \eta^T]^T$ 到 $[r_0^T, u^T, \bar{y}^T]^T$ 的传递函数矩阵表示如下:

$$\begin{bmatrix} C(I - D) & -C(1 - Q)DC^{-1} \\ P_{\Delta}^{-1}D & (1 - Q)P_{\Delta}^{-1}DC^{-1} \\ D & (1 - Q)DC^{-1} \\ -C(1 - Q)DC^{-1}P_{\Delta}^{-1} \\ -P_{\Delta}^{-1}D(I + C^{-1}QP_n^{-1}) \\ (1 - Q)DC^{-1}P_{\Delta}^{-1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中

$$D(s) = \left((1 - Q(s))(C^{-1}(s)P_{\Delta}^{-1}(s) + I) + Q(s)(C^{-1}(s)P_n^{-1}(s) + I) \right)^{-1} \quad (5)$$

从式 (4) 可以得到系统的内部稳定性条件如下:

引理 1. 图 1 所示闭环系统内部稳定的充分条件为

- 1) $D(s), Q(s), C(s), Q(s)P_n^{-1}(s) \in RH_{\infty}$;
- 2) $1 - Q(s), Q(s)$ 无不稳定零点.

证明. 因为 $D(s), Q(s), C(s), Q(s)P_n^{-1}(s) \in RH_{\infty}$, 假设式 (4) 中传递函数矩阵存在不稳定极点, 则只可能为

$P_{\Delta}^{-1}(s)$ 或 $C^{-1}(s)$ 中的不稳定极点. 由式 (5) 可得:

$$\begin{cases} P_{\Delta}^{-1}D = ((1 - Q) + (C + QP_n^{-1})P_{\Delta})^{-1}C \\ P_{\Delta}^{-1}DC^{-1} = ((1 - Q) + (C + QP_n^{-1})P_{\Delta})^{-1} \\ DC^{-1}P_{\Delta}^{-1} = ((1 - Q) + P_{\Delta}(C + QP_n^{-1}))^{-1} \end{cases} \quad (6)$$

因为 $1 - Q(s), Q(s)$ 无不稳定零点, 且 $Q(s), C(s), Q(s)P_n^{-1}(s), W_1(s), W_2(s), \Delta(s)$ 均无不稳定极点, 故 $P_{\Delta}^{-1}D, P_{\Delta}^{-1}DC^{-1}$ 与 $DC^{-1}P_{\Delta}^{-1}$ 中均不存在与 $P_{\Delta}^{-1}(s)$ 或 $C^{-1}(s)$ 相同的不稳定极点. 所以式 (4) 中 9 个传递函数矩阵皆无不稳定极点, 即图 1 所示系统内部稳定. \square

注 1. I 为 $m \times m$ 的单位阵. RH_{∞} 表示 H_{∞} 的子空间, 包含所有的实有理、稳定的真传递函数矩阵.

由于 $P_{\Delta}^{-1}(s)$ 由被控制对象决定, $C(s)$ 为针对系统标称模型设计的满足动态稳态性能的外环控制器, 保证闭环系统内部稳定性的关键即在于设计合理的、满足约束条件的传递函数 $Q(s)$ 以镇定 $D(s)$.

为了便于之后的分析, 建立如下代换关系:

- 1) 系统不带干扰观测器时的闭环传递函数矩阵:

$$\hat{P}(s) := (I + C^{-1}(s)P_{\Delta}^{-1}(s))^{-1} = (I + C^{-1}P_n^{-1}(I + W_1\Delta W_2)^{-1})^{-1} \quad (7)$$

- 2) 系统不带干扰观测器时的标称闭环传递函数矩阵:

$$\hat{P}_n(s) := (I + C^{-1}(s)P_n^{-1}(s))^{-1} \quad (8)$$

- 3) $\hat{P}(s)$ 的乘性不确定性:

$$\hat{\Delta}(s) := \hat{P}_n^{-1}(s)\hat{P}(s) - I = (I + (I + W_1\Delta W_2)P_n C)^{-1}W_1\Delta W_2 \quad (9)$$

系统闭环传递函数矩阵 $D(s)$ 稳定的充分条件如下:

引理 2. $D(s) \in RH_{\infty}$, 如果

- 1) $\|QW_2(I + P_n C)^{-1}W_1 + W_2\hat{P}_n W_1\|_{\infty} < 1$;
- 2) $\hat{P}_n(s) \in RH_{\infty}$.

证明. 闭环干扰观测器系统的 2 自由度结构导致 $D(s)$ 的稳定性分析非常复杂. 我们引入一个具有干扰观测器局部环结构的等价系统来辅助其稳定性分析. 考虑如图 2 所示系统, 其传递函数矩阵为

$$T_{ydy}(s) = \left((1 - Q(s))\hat{P}^{-1}(s) + Q(s)\hat{P}_n^{-1}(s) \right)^{-1} = D(s) \quad (10)$$

这说明图 1 所示的带干扰观测器的 2 自由度闭环系统与图 2 所示的干扰观测器局部环系统在闭环输入输出稳定性上是等价.

由式 (9) 中 $\hat{\Delta}(s)$ 的定义可知, $\hat{P}(s) = (I + \hat{\Delta}(s))\hat{P}_n(s)$, 故图 2 所示系统可转化为图 3(a) 所示系统. 更进一步, 闭环传递函数矩阵可改写为

$$T_{ydy}(s) = D(s) = (I + \hat{\Delta}(s))(I + Q(s)\hat{\Delta}(s))^{-1}\hat{P}_n \quad (11)$$

即图 3(b) 所示系统. 最后, 结合式 (9) 中的 $\hat{\Delta}$ 的定义可将图 3(b) 所示系统转化为如图 3(c) 所示. 由于 $W_1, W_2, Q, \hat{P}_n \in RH_{\infty}$, 且 $QP_n^{-1} \in RH_{\infty}$, 有 $T_{zx}(s) =$

$QW_2(I + P_n C)^{-1}W_1 + W_2\hat{P}_n W_1 \in RH_\infty$. 又因为 $T_{xz}(s) = \Delta \in RH_\infty, \|\Delta\|_\infty < 1$, 根据小增益定理可知, 图 3(b) 系统鲁棒稳定的充要条件为 $\|QW_2(I + P_n C)^{-1}W_1 + W_2\hat{P}_n W_1\|_\infty < 1$. 于是在满足引理 2 两个条件时, 有 $T_{ydy}(s) = D(s) \in RH_\infty$. \square

综合引理 1 和引理 2, 我们可以得到如下保证图 1 所示闭环系统内部稳定的定理:

定理 1. 如图 1 所示的控制输入维数等于系统输出维数的闭环系统内部稳定的充分条件为

1) 外环控制器 $C(s)$ 无不稳定极点, 且 $C(s)$ 镇定对象 $P_n(s)$, 即 $\hat{P}_n(s) \in RH_\infty$;

2) 干扰观测器的低通滤波器满足 $Q(s) \in RH_\infty, Q(s)P_n^{-1}(s) \in RH_\infty, 1 - Q(s), Q(s)$ 无不稳定零点, 以及 $\|QW_2(I + P_n C)^{-1}W_1 + W_2\hat{P}_n W_1\|_\infty < 1$.

证明. 由引理 1 和引理 2, 可直接得到以上结论. \square

定理 1 中的第一个条件为对外环控制器 $C(s)$ 的约束; 第二个条件则为对干扰观测器内环 Q 滤波器的约束, 并不要求对象模型稳定.

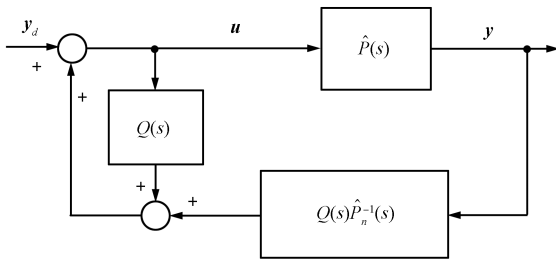


图 2 闭环稳定性等价系统

Fig. 2 Equivalent system in terms of closed-loop stability

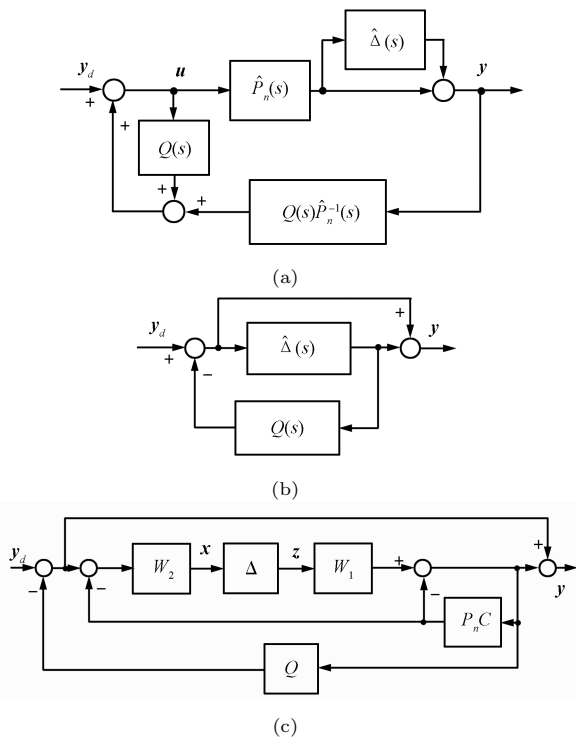


图 3 等价系统变换

Fig. 3 Transformations of equivalent system

1.3 干扰及噪声分析

由式 (4) 可得, 当对象模型与标称模型一致时, 从干扰 d 和噪声 η 到系统输出的传递函数矩阵分别为

$$\begin{cases} T_{dy}(s) = (1 - Q(s))D_n(s)C^{-1}(s) \\ T_{\eta y}(s) = -D_n(s) - D_n(s)C^{-1}(s)P_n^{-1}(s)Q(s) \end{cases} \quad (12)$$

其中, $D_n(s) = (C^{-1}(s)P_n^{-1}(s) + I)^{-1}$. 对于如下多项式型干扰 $d(t) = a_1 + a_2 t + \dots + a_{q+1} t^q$, 首先应保证系统在干扰作用下稳态误差为零. 即

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 0} s T_{dy}(s) d(s) = \\ \lim_{s \rightarrow 0} D_n C^{-1} (1 - Q) \times \\ (a_1 + a_2 s^{-1} + \dots + a_{q+1} s^{-q}) = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

从而得到 Q 滤波器应满足的内模阶次条件: $1 - Q(s)$ 中纯微分项阶次大于等于 $q + 1$. 同时, 由于多数情况下干扰 d 大部分分量均在低频段, 故而要求 $1 - Q(s)$ 低频增益尽量小. 另一方面, 由 (12) 中噪声到输出的传递函数矩阵 $T_{\eta y}(s)$ 可以看出, 虽然加入干扰观测器后噪声对输出产生的影响势必会被放大, 但是通过调整 Q 滤波器, 可以尽量减小这一影响. 即要求 $|Q(s)\eta(s)|$ 尽量小. 考虑到一般系统中传感噪声大部分分量位于高频段, 故要求 $Q(s)$ 的高频增益尽量小. 综合干扰和噪声对 Q 滤波器的频域要求可知, 选取具有合适截止频率的低通滤波器形式的 $Q(s)$ 可同时满足干扰和噪声的抑制要求. 具体的 Q 滤波器参数选择方法将在下一节中详细描述.

2 线性多变量干扰观测器控制设计

基于干扰观测器的多变量控制系统设计的主要目标为:

- 1) 保证系统内部稳定性;
- 2) 获得满意的动态性能;
- 3) 消除稳态误差;
- 4) 抑制外部扰动;
- 5) 得到满意的噪声灵敏度.

外环控制器 $C(s)$ 应满足定理 1 中的第一个条件, 即 $C(s)$ 无不稳定极点, 且 $\hat{P}_n(s) \in RH_\infty$. 由于不需要考虑对象模型的不确定性以及外部干扰, 有很多成熟的方法可以设计符合约束条件的控制器 $C(s)$ 以镇定对象标称模型 $P_n(s)$ 并获得期望的标称性能^[21]. 故外环控制器的设计方法在此不再赘述.

在内环 Q 滤波器的设计中, 需要考虑如下性能要求:

- 1) $Q(s)$ 满足定理 1 中的第二个条件, 从而保证系统的内部稳定性;
- 2) $Q(s)$ 的设计应使得系统具有最优的干扰抑制性能;
- 3) $Q(s)$ 设计中应考虑系统对噪声的灵敏度;
- 4) $Q(s)$ 必须满足自身的阶次限制, 包括相对阶次 k 和内模阶次 q ^[21].

相对阶次 $(deg(D_Q) - deg(N_Q))$ 约束是为了保证 $Q(s)P_n^{-1}$ 的物理可实现性, 内模阶次的约束则保证了相应类型干扰的抑制性能. 具体的 Q 滤波器相对阶次条件如下:

$$Rdeg(Q) + Rdeg(P_n^{-1}) \geq 0 \quad (14)$$

其中 $Rdeg(Q) = deg(D_Q) - deg(N_Q)$ 为 $Q(s)$ 的相对阶次, 且

$$Rdeg(P_n^{-1}) = \min_{\substack{1 \leq i \leq m \\ 1 \leq j \leq m}} Rdeg(P_n^{-1}(s)_{ij}) \quad (15)$$

为了满足内部稳定性条件: $\|QW_2(I + P_n C)^{-1}W_1 + W_2\hat{P}_n W_1\|_\infty < 1$, 我们引入一个加权函数 $W_Q(s)$ (单输入单输出).

定理 2. 当 $\|W_Q(s)Q(s)\|_\infty < 1$, 且 $W_Q(s)$ 满足:

$$\bar{\sigma}(W_Q(j\omega)) \geq \frac{\bar{\sigma}(W_2(j\omega)(I + P_n(j\omega)C(j\omega))^{-1}W_1(j\omega))}{1 - \bar{\sigma}(W_2(j\omega)\hat{P}_n(j\omega)W_1(j\omega))}, \quad \forall \omega \in \mathbf{R}^+ \quad (16)$$

时, 内部稳定性条件 $\|QW_2(I + P_n C)^{-1}W_1 + W_2\hat{P}_n W_1\|_\infty < 1$ 可得到满足. 其中 $\bar{\sigma}$ 表示矩阵的最大奇异值, 又称谱范数.

证明. 由于 W_Q 为单输入单输出传递函数, 且满足式 (16) 中约束, 于是有:

$$\bar{\sigma}(W_Q^{-1}(j\omega)) \leq \frac{1 - \bar{\sigma}(W_2(j\omega)\hat{P}_n(j\omega)W_1(j\omega))}{\bar{\sigma}(W_2(j\omega)(I + P_n(j\omega)C(j\omega))^{-1}W_1(j\omega))}, \quad \forall \omega \in \mathbf{R}^+$$

即

$$\bar{\sigma}(W_Q^{-1}(j\omega)) \times \bar{\sigma}(W_2(j\omega)(I + P_n(j\omega)C(j\omega))^{-1}W_1(j\omega)) \leq 1 - \bar{\sigma}(W_2(j\omega)\hat{P}_n(j\omega)W_1(j\omega)), \quad \forall \omega \in \mathbf{R}^+$$

又因为

$$\begin{aligned} & \bar{\sigma}(W_Q^{-1}(j\omega)W_2(j\omega)(I + P_n(j\omega)C(j\omega))^{-1}W_1(j\omega)) \leq \\ & \bar{\sigma}(W_Q^{-1}(j\omega))\bar{\sigma}(W_2(j\omega) \\ & (I + P_n(j\omega)C(j\omega))^{-1}W_1(j\omega)) \end{aligned}$$

所以

$$\bar{\sigma}(W_Q^{-1}(j\omega)W_2(j\omega) \times (I + P_n(j\omega)C(j\omega))^{-1}W_1(j\omega)) \leq 1 - \bar{\sigma}(W_2(j\omega)\hat{P}_n(j\omega)W_1(j\omega)), \quad \forall \omega \in \mathbf{R}^+$$

由于 $\|W_Q(s)Q(s)\|_\infty < 1$, 即 $\bar{\sigma}(Q(j\omega)W_Q(j\omega)) < 1$, $\forall \omega \in \mathbf{R}^+$, 有:

$$\begin{aligned} & \bar{\sigma}(Q(j\omega)W_2(j\omega)(I + P_n(j\omega)C(j\omega))^{-1}W_1(j\omega)) \leq \\ & \bar{\sigma}(Q(j\omega)W_Q(j\omega))\bar{\sigma}(W_Q^{-1}(j\omega)W_2(j\omega) \times \\ & (I + P_n(j\omega)C(j\omega))^{-1}W_1(j\omega)) \leq \\ & 1 - \bar{\sigma}(W_2(j\omega)\hat{P}_n(j\omega)W_1(j\omega)), \quad \forall \omega \in \mathbf{R}^+ \end{aligned}$$

故而有:

$$\begin{aligned} & \bar{\sigma}(Q(j\omega)W_2(j\omega)(I + P_n(j\omega)C(j\omega))^{-1}W_1(j\omega) + \\ & W_2(j\omega)\hat{P}_n(j\omega)W_1(j\omega)) \leq \\ & \bar{\sigma}(Q(j\omega)W_2(j\omega)(I + P_n(j\omega)C(j\omega))^{-1}W_1(j\omega)) + \\ & \bar{\sigma}(W_2(j\omega)\hat{P}_n(j\omega)W_1(j\omega)) \leq 1, \end{aligned} \quad \forall \omega \in \mathbf{R}^+$$

即 $\|QW_2(I + P_n C)^{-1}W_1 + W_2\hat{P}_n W_1\|_\infty < 1$. \square

之后的 Q 滤波器设计步骤与文献 [18] 中的工作类似. 整个 Q 滤波器设计问题被转换为对以下混合灵敏度优化问题的求解:

$$\max \gamma, \quad \min_{Q(s) \in RH_\infty} \left\| \begin{bmatrix} \gamma W_C(s)(1 - Q(s)) \\ W_Q(s)Q(s) \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (17)$$

其中加权函数 $W_C(s)$ 与 $W_Q(s)$ 的选取应遵循以下规则:

- 1) $W_Q(s)$ 的相对阶次 $-k$ 决定了 $Q(s)$ 的相对阶次, 因此应小于等于 $P_n^{-1}(s)$ 中各元素的最小相对阶次;
- 2) $W_Q(s)$ 的截止频率应远小于传感噪声所在频段;
- 3) $W_Q(s)$ 满足定理 2 中的约束;
- 4) $W_C(s)$ 取为 $1/s^{q+1}$, 其中 q 为 $Q(s)$ 的内模阶次.

其中 $W_C(s)$ 的选取关系到干扰观测器能够抑制的外部干扰类型, 其具体选取原则可参照文献 [18]. 依照以上规则选取的加权函数 $W_Q(s)$ 与 $W_C(s)$ 使得式 (17) 中求解得到的 $Q(s)$ 具有以下性质:

- 1) $Q(s)$ 满足相对阶次 k , 内模阶次 q , 以及阶次 $n = k + q$ 的约束:

$$Q(s) \in \Omega_{n,k,q} = \left\{ F(s) \mid F(s) = \frac{\sum_{j=0}^q a_j s^j}{\sum_{i=0}^n a_i s^i}, a_n = 1 \right\} \quad (18)$$

从而保证 $Q(s)P_n^{-1}$ 可实现且干扰对系统稳态不产生影响.

- 2) $Q(s)$ 的截止频率受 $W_Q(s)$ 的截止频率所限, 从而亦远小于传感噪声所在频段, 令噪声灵敏度较低.

- 3) $Q(s) \in RH_\infty$ 且 $\|QW_2(I + P_n C)^{-1}W_1 + W_2\hat{P}_n W_1\|_\infty < 1$.

接下来将式 (17) 中的优化问题转换为可直接求解的标准 H_∞ 优化问题. 参考尹正男等在文献 [18] 中的工作, 引入一个虚拟回路 $\tilde{L}(s)$:

$$Q(s) = \frac{\tilde{L}(s)}{1 + \tilde{L}(s)} \quad (19)$$

$$\tilde{L}(s) = \tilde{P}(s)\tilde{K}(s) \quad (20)$$

考虑到定理 1 中要求 $Q(s)P_n^{-1}(s) \in RH_\infty$, 于是令

$$\tilde{P}(s) = \tilde{P}_0(s)\tilde{P}_A(s) \quad (21)$$

其中, $\tilde{P}_0(s)$ 为满足以下条件, 随意选取的传递函数:

- 1) $\tilde{P}_0(s)$ 与 $Q(s)$ 具有相同的相对阶次;
- 2) $\tilde{P}_0(s)$ 只有无穷远处零点;
- 3) $\tilde{P}_0(s) \in RH_\infty$.

而 $\tilde{P}_A(s)$ 为包含 $P_n^{-1}(s)$ 所有不稳定极点的全通滤波器:

$$\tilde{P}_A(s) = \prod_i \frac{-s + \xi_i}{s + \xi_i^H}, \quad Re(\xi_i) > 0 \quad (22)$$

其中, ξ_i 为 $P_n^{-1}(s)$ 的第 i 个不稳定极点, ξ_i^H 表示其共轭复数.

通过求解以下标准 H_∞ 优化问题 (可直接使用 Matlab 工具包求解), 可以得到 $\tilde{K}(s)$:

$$\max \gamma, \min_{\tilde{K}(s) \in RH_\infty} \left\| \begin{bmatrix} \gamma W_C(s)(1 + \tilde{P}(s)\tilde{K}(s))^{-1} \\ W_Q(s) \frac{\tilde{P}(s)\tilde{K}(s)}{1 + \tilde{P}(s)\tilde{K}(s)} \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (23)$$

于是式 (17) 中的解 $Q(s)$ 可通过式 (19) 与 (20) 以及 $\tilde{K}(s)$ 计算得到. 由于 $\tilde{P}_0(s), \tilde{K}(s) \in RH_\infty$, 故优化出的 $Q(s)$ 满足:

$$Q(s) = \frac{\tilde{P}_0(s)\tilde{P}_A(s)\tilde{K}(s)}{1 + \tilde{P}_0(s)\tilde{P}_A(s)\tilde{K}(s)} \quad (24)$$

包含 $\tilde{P}_A(s)$ 中所有不稳定零点, 从而满足 $Q(s)P_n^{-1}(s) \in RH_\infty$. 同时

$$1 - Q(s) = \frac{1}{1 + \tilde{P}(s)\tilde{K}(s)} \quad (25)$$

由于 $\tilde{P}(s), \tilde{K}(s) \in RH_\infty$, 故 $1 - Q(s)$ 无不稳定零点. 于是 $Q(s)$ 可满足定理 1 中第二个条件.

以上即为基于干扰观测器的线性多变量系统设计流程, 定理 1 中所有条件均在设计中得到满足, 故据此设计的控制系统将能够保证闭环系统的内部稳定性.

3 数值仿真

本节主要通过在线性不确定系统上的仿真验证所提出的基于多变量干扰观测器的控制方法的有效性. 考虑如下具有不确定性的线性多变量系统:

$$P_\Delta(s) \in \Pi, \quad \Pi = (I + W_1(s)\Delta(s)W_2(s))P(s)$$

其中

$$P(s) = \begin{bmatrix} \frac{22s^2+114s+38}{s^3-5s^2-28s-78} & \frac{11s^2+88s+238}{s^3-5s^2-28s-78} \\ \frac{29s^2+68s+171}{s^3-5s^2-28s-78} & \frac{17s^2+71s+96}{s^3-5s^2-28s-78} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{22s^2+114s+38}{(s-9.0)(s^2+4.0s+8.6)} & \frac{11s^2+88s+238}{(s-9.0)(s^2+4.0s+8.6)} \\ \frac{29s^2+68s+171}{(s-9.0)(s^2+4.0s+8.6)} & \frac{17s^2+71s+96}{(s-9.0)(s^2+4.0s+8.6)} \end{bmatrix}$$

$$W_1(s) = (s + 10) \begin{bmatrix} 0.4 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 \end{bmatrix}$$

$$W_2(s) = \frac{1}{s + 25} \begin{bmatrix} 0.5 & 0.4 \\ 0.8 & 0.6 \end{bmatrix}$$

$$\Delta(s) \in RH_\infty \text{ 且 } \|\Delta(s)\|_\infty < 1$$

由于此被控对象虽然具有不稳定极点, 为非最小相位系统, 但其结构并不复杂, 故而选用输出反馈加前馈的方法设计外环控制器, 系统控制框图如图 4 所示. 首先选取标称模型为 $P_n(s) = P(s)$, 外环控制器的输出反馈增益矩阵优化设计结果如下:

$$C(s) = K = \begin{bmatrix} 20.2713 & -12.2078 \\ -22.9034 & 19.5564 \end{bmatrix}$$

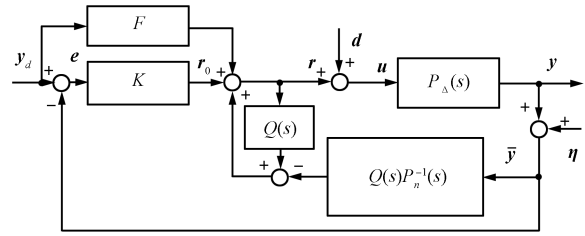


图 4 采用输出反馈的干扰观测器控制系统设计框图
Fig. 4 Design of output feedback based DOB system

从而 $\hat{P}_n(s)$ 的极点可被配置于 $[-8, -60, -60]^T$ 附近. 同时, 前馈增益为

$$F = \lim_{s \rightarrow 0} P_n^{-1}(s) = \begin{bmatrix} 0.2021 & -0.5011 \\ -0.3600 & 0.0800 \end{bmatrix}$$

假设系统受到阶跃扰动的影响, 且仿真中不考虑传感噪声的影响, 则 $W_C(s)$ 取为 $1/s$, $W_Q(s) = 0.1s + 0.1$ 则如图 5 所示, 其中

$$\begin{cases} M_1(j\omega) = W_2(j\omega)(I + P_n(j\omega)C(j\omega))^{-1}W_1(j\omega) \\ M_2(j\omega) = W_2(j\omega)\hat{P}_n(j\omega)W_1(j\omega) \end{cases}$$

进而构成式 (23) 所示混合灵敏度优化问题, 由于 $\hat{P}_n^{-1}(s)$ 无不稳定极点, 故可简单选用 $\tilde{P}(s) = \tilde{P}_0(s) = 1/(s + 3)$, 求解得到的 $Q(s)$:

$$Q(s) = \frac{\tilde{P}(s)\tilde{K}(s)}{1 + \tilde{P}(s)\tilde{K}(s)} = \frac{9.99}{s + 9.99}$$

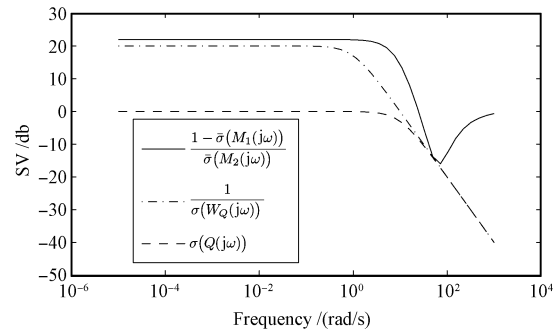


图 5 $W_Q(s)$ 与 $Q(s)$ 设计
Fig. 5 Design of $W_Q(s)$ and $Q(s)$

同样显示于图 5 中, 可看出 $Q(s)$ 满足定理 1 中的条件, 即控制系统的内部稳定性得到保证. 同时 $Q(j\omega)$ 截至频率低于 $W_Q^{-1}(j\omega)$ 的截至频率, 使得 $Q(j\omega)$ 在低频段保持增益接近于 1, 在高频段增益迅速下降, 在抑制低频干扰的同时, 避免放大高频噪声.

在后面的仿真中, 假设真实对象模型为

$$P_\Delta(s) = (I + W_1\Delta_0W_2)P(s)$$

其中

$$\Delta_0 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.1 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix}$$

仿真中,分别测试了基于本文提出方法的干扰观测器控制系统以及采用同样外环控制器但不加干扰观测器的系统在阶跃信号 $y_d = [1(t-1), 1(t-1)]^T$ 的激励下的阶跃响应。为了反映干扰观测器的干扰抑制性能,在仿真中加入一组阶跃扰动 $d = [1(t-1.2) - 1(t-2), 1(t-1.2) - 1(t-2)]^T$,即在时刻 $t = 1.2\text{s}$ 加入干扰,又在 $t = 2\text{s}$ 撤除。基于本文提出方法设计的线性多变量干扰观测器的控制系统以及不带干扰观测器的控制系统的阶跃响应曲线对比如图 6 所示,误差曲线对比如图 7 所示。

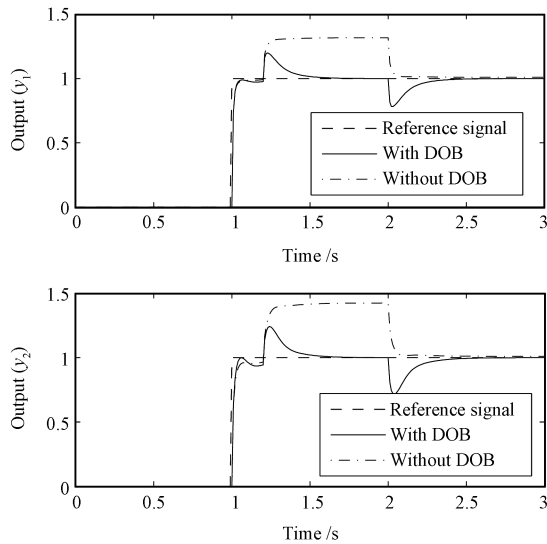


图 6 基于干扰观测器系统与不带干扰观测器系统阶跃响应对比
Fig. 6 Comparison of step responses between closed-loop systems with and without MVDOB

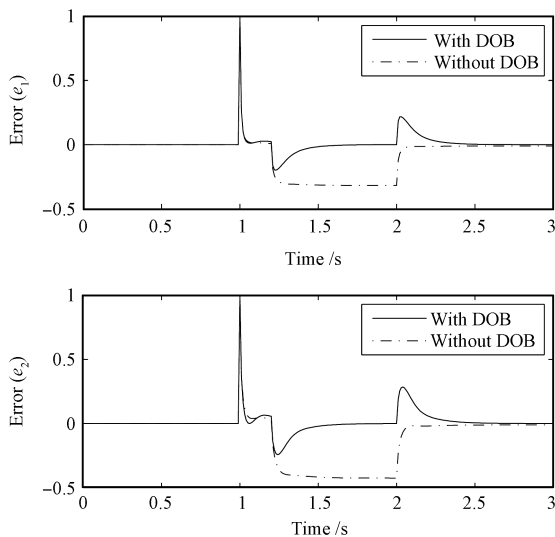


图 7 基于干扰观测器系统与不带干扰观测器系统误差曲线对比
Fig. 7 Comparison of errors between closed-loop systems with and without MVDOB

可以看出基于本文提出方法设计的线性多变量干扰观测器的控制系统: 1) 是鲁棒稳定的; 2) 对于给定类型的干扰具有良好的抑制性能, 在 0.3s 左右的时间内消除了外界干扰的影响; 3) 无稳态误差; 4) 对于本身不稳定的被控对象依然适

用。另一方面,线性多变量干扰观测器的控制系统的干扰观测器部分输出如图 8 所示,其中 d 为实际施加的外部干扰, \hat{d} 为干扰观测器输出。可以看出在估计出并补偿掉外界扰动的同时,干扰观测器还针对实际被控对象模型与系统标称模型之间的失配进行补偿,从而令整个控制系统的响应接近对象为标称模型时的响应。

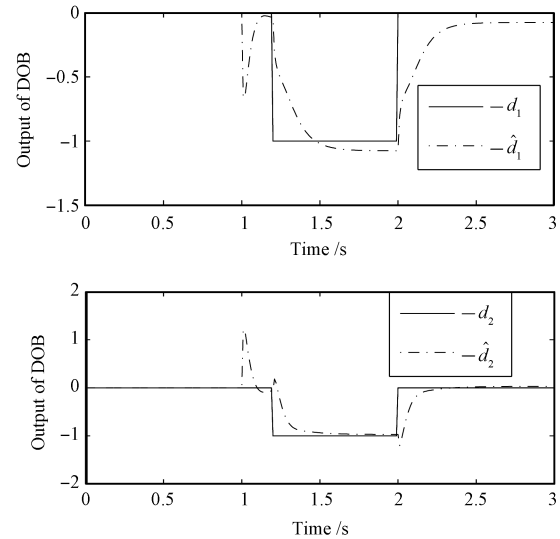


图 8 干扰观测器输出
Fig. 8 DOB outputs

4 结论

本文研究线性多变量系统的干扰观测器控制结构,分析了整个控制系统的内部稳定性、干扰抑制性能以及传感噪声的影响。进而应用 H_∞ 鲁棒控制理论得到保证控制系统内部稳定性的同时拥有最优干扰抑制性能的 Q 滤波器系统性设计方法。基于该方法设计的线性多变量干扰观测器控制系统,在具有一般干扰观测器抑制外界干扰、补偿模型不确定性等优点的同时,能够保证系统的内部稳定性,并可在多变量及非最小相位系统上实现,从而更具有实际应用价值。

References

- 1 Lee S, Kim Y, Baek S. Robust control using a state space disturbance observer. In: Proceedings of the 2000 American Control Conference, 2000, 6: 4194–4198
- 2 Francis B A, Wonham W M. The internal model principle of control theory. *Automatica*, 1976, 12(5): 457–465
- 3 Choi B K, Choi C H, Lim H. Model-based disturbance attenuation for CNC machining centers in cutting process. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 1999, 4(2): 157–168
- 4 Yao B, Al-Majed M, Tomizuka M. High-performance robust motion control of machine tools: an adaptive robust control approach and comparative experiments. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 1997, 2(2): 63–76
- 5 Nakao M, Ohnishi K, Miyachi K. A Robust decentralized joint control based on interference estimation. In: Proceedings of the 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Raleigh, NC, USA: IEEE, 1987. 326–331

- 6 Back J, Shim H. Adding robustness to nominal output feedback controllers for uncertain nonlinear systems: a nonlinear version of disturbance observer. *Automatica*, 2008, **44**(10): 2528–2537
 - 7 Kim Y, Seok J, Noh I, Won S. An adaptive disturbance observer for a two-link robot manipulator. In: Proceedings of the 2008 International Conference on Control, Automation and Systems. Seoul: IEEE, 2008. 141–145
 - 8 Katsura S, Irie K, Ohishi K. Wideband force control by position-acceleration integrated disturbance observer. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, **55**(4): 1699–1706
 - 9 Kyung S K, Keun H R, Kim S. Disturbance observer for estimating higher order disturbances in time series expansion. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, **55**(8): 1905–1911
 - 10 Yamada K, Komada S, Ishida M, Hori T. Robust control of robot manipulators by mimo disturbance observer. In: Proceedings of the 24th Annual Conference of the Industrial Electronics Society. Aachen: IEEE, 1998. 1451–1456
 - 11 Demirci M, Gokasan M. MIMO disturbance observer for input-output decoupling with application to 4WAS vehicles. In: Proceedings of the 2011 International Conference on Mechatronics. Istanbul: IEEE, 2011. 90–95
 - 12 Güevenç B A, Güevenç L, Karaman S. Robust mimo disturbance observer analysis and design with application to active car steering. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2010, **20**(8): 873–891
 - 13 Seung H L, Young O L, Youngseop S, Chung C C. Robust active steering control of autonomous vehicles: a state space disturbance observer approach. In: Proceedings of the 11th International Conference on Control, Automation and Systems. Gyeonggi-do, Korea: IEEE, 2011. 596–598
 - 14 Seung H L, Kang H J, Chung C C. Robust fast seek control of a servo track writer using a state space disturbance observer. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2012, **20**(2): 346–355
 - 15 Oh Y, Chung W K. Disturbance-observer-based motion control of redundant manipulators using inertially decoupled dynamics. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 1999, **4**(2): 133–146
 - 16 Chun C W, Tomizuka M. Design of robustly stable disturbance observers based on closed loop consideration using H_∞ optimization and its applications to motion control systems. In: Proceedings of the 2004 American Control Conference. Berkeley, CA: IEEE, 2004, **4**: 3764–3769
 - 17 Thum C K, Du C, Lewis F L, Chen B M, Ong E H. H_∞ disturbance observer design for high precision track following in hard disk drives. *IEEE Control Theory & Applications*, 2009, **3**: 1591–1598
 - 18 Yin Zheng-Nan, Su Jian-Bo, Liu Yan-Tao. Design of disturbance observer with robust performance based on H_∞ norm optimization. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(3): 331–341
(尹正男, 苏剑波, 刘艳涛. 基于 H_∞ 范数优化的干扰观测器的鲁棒设计. *自动化学报*, 2011, **37**(3): 331–341)
 - 19 Yin Zheng-Nan, Su Jian-Bo, Gao Xiu-Xing. Systematic design method of disturbance observer guaranteeing closed-loop system's robust stability. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(1): 12–22
(尹正男, 苏剑波, 高秀行. 保证闭环系统鲁棒稳定性的干扰观测器系统性设计方法. *自动化学报*, 2012, **38**(1): 12–22)
 - 20 Shim H, Jo N H. An almost necessary and sufficient condition for robust stability of closed-loop systems with disturbance observer. *Automatica*, 2009, **45**(1): 296–299
 - 21 Morari M, Zafiriou E. *Robust Process Control*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc., 1989.
- 于哲 上海交通大学自动化系硕士研究生. 主要研究方向为鲁棒控制, 机器人运动控制. E-mail: azhe825@sjtu.edu.cn
(YU Zhe Master student in the Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University. His research interest covers robust control and robot motion control.)
- 王璐 上海交通大学自动化系博士研究生. 主要研究方向为非线性系统控制技术, 无人飞行器系统. E-mail: wanglu1987xy@sjtu.edu.cn
(WANG Lu Ph. D. candidate in the Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University. His research interest covers nonlinear system control and unmanned aerial vehicle systems.)
- 苏剑波 上海交通大学自动化系教授. 主要研究方向为机器人控制, 多传感器信息融合, 机器学习与人机交互. 本文通信作者.
E-mail: jbsu@sjtu.edu.cn
(SU Jian-Bo Professor in the Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University. His research interest covers robot control, multi-sensor information fusion, machine learning, and human-machine interaction. Corresponding author of this paper.)